

Задания по курсу

Немного о дзета функция

Прочитайте и разберите [6], если надо, докажите недостающие детали.

Локальная теория

Вот неплохо написанное введение в многомерные локальные поля [11].

Прочитайте часть 1. Local theory работы [4].

Затем, если есть время, прочитайте работу [1].

Попробуйте решить задачи к первой лекции, если не получается, то найдите решение в [2].

По поводу аналогий с Фейнмановским интегралом см. [2]

Адельные структуры

Прочитайте часть 2. Adelic spaces in dimension two работы [4].

Геометрическая адельная структура на поверхностях, дуальность и теорема Римана–Роха: прочитайте и разберите короткую статью [5].

Попробуйте решить задачи к лекции 2.

Аналитическая структура: Прочитайте часть 3. Measure and integration on adelic spaces работы [4].

Прочитайте раздел 1.3 работы [3]. Обратите внимание на то, что меры на кривых нормализуются так, чтобы они были самодуальны по отношению к выбранному характеру (характеры на аналитических аделях выбираются в подразделе 27 работы [3]). Обдумайте, как геометрическая информация, род кривой g влияет на перенормализацию меры (Remark 1 and Definition of renormalized measures, p. 23 [3]).

Теория полей классов

Посмотрите Ch. 4, 5 работы [7]. Один из лучших способов выработать интуицию и понимание арифметических локальных структур: разобраться с материалом и прорешать задачи. Так как это может потребовать времени, то можно попробовать оформить как курсовую работу.

K_2 Ch. 9 работы [7]. Один из лучших способов выработать интуицию и понимание арифметических локальных структур: разобраться с материалом и прорешать задачи. Так как это может потребовать времени, то можно попробовать оформить как курсовую работу. Вот также неплохо написанное введение в Милноровскую K -теорию [12].

Вот общий обзор локальных теорий полей классов [8].

Прочитайте раздел 4. Explicit two-dimensional class field theory работы [4].

Дзета интегралы

Прочитайте разделы 5. Zeta integrals, 6. Second calculation of the zeta integral and the boundary term работы [4]. Детали в [3].

Гипотеза о периодичности в среднем и мероморфное продолжение и функциональное уравнение дзета функции

Прочитайте раздел 7. Hypothesis on mean-periodicity and meromorphic continuation работы [4]. Детали в [3], а в [9] элементарное описание общего гипотетического соответствия между дзета функциями и функциями периодичными в среднем. Этот текст также содержит простое описание дзета интеграла.

Обобщенная гипотеза Римана

Прочитайте раздел 8. Monotone behaviour and poles of the zeta integral работы [4].

БСД гипотеза

Прочитайте раздел 9. Boundary integral and the pole at $s = 1$ работы [4], см. также [10]

Задачи

Вот, например, 40 из них: [13].

Больше

В [14] более подробная литература и путеводитель.

В описании [15] дополнительные ссылки на литературу.

Тексты

- [1] Analysis on arithmetic schemes. I, Docum. Math. Extra Volume Kato (2003) 261–284, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/a1.pdf
- [2] Measure, integration and elements of harmonic analysis on generalized loop spaces, Proc. of St Petersburg Math. Soc. 12(2005), 179–199, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/aoh.pdf
- [3] Analysis on arithmetic schemes. II, J. K-theory, 5 (2010), 437–557 www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/a2.pdf
- [4] Adelic approach to the zeta function of arithmetic schemes in dimension two, Moscow Math. J., 8 (2008), 273–317, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/ada.pdf
- [5] Geometric adeles and the Riemann–Roch theorem for 1-cycles on surfaces www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/ar.pdf
- [6] О дзета функциях, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/zet.pdf
- [7] Local Fields and Their Extensions, Second extended edition, AMS 2002, 341 pp., www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/book/book.html
- [8] Abelian extensions of complete discrete valuation fields, Number Theory Paris 1993/94, Cambridge Univ. Press 1996, 47-74, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/aba.pdf
- [9] Mean-periodicity and zeta functions, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/mper.pdf
- [10] Analysis on arithmetic schemes. III, in preparation, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/a3.pdf
- [11] M. Morrow, An introduction to higher local fields, see <http://math.uchicago.edu/~mmorrow/>
- [12] M. Morrow, An introduction to Milnor K theory, see <http://math.uchicago.edu/~mmorrow/>
- [13] 40 open problems, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/prad.html
- [14] Year long study group, www.maths.nott.ac.uk/personal/ibf/stze.html
- [15] Короткий курс лекций в Ярославле, <http://bogomolov-lab.ru/SHKOLA/talks/fesenko.html>