

Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится 21 марта 2024 года в 18.30 в аудитории 306, Усачева 6.

Алексей Городенцев

"Функториальное A_∞ - копроизведение на комбинаторно-симплициальном цепном комплексе, трансформирующееся само в себя при барицентрическом разбиении"

Аннотация:

Комбинаторный симплициальный комплекс - это триангулированное пространство, в котором каждый симплекс триангуляции однозначно задаётся своими вершинами. На вычисляющем гомотопии такого пространства симплициальном цепном комплексе имеется функториальное (по отношению к отображениям комбинаторных симплициальных комплексов, в частности, эквивариантное относительно симметрической группы, переставляющей вершины симплекса) копроизведение, придуманное в 30-е годы прошлого века Колмогоровым, когда умножение в когомологиях находилось только в разработке. Умножение Колмогорова не ассоциативно, только гомотопически ассоциативно. Его упрощённая (не функториальная) версия - умножение Колмогорова-Александера - тогда как раз и было использовано для построения умножения в когомологиях, после чего оригинальная идея была надолго забыта. В наше дотошное время естественно возник вопрос о продолжении копроизведения Колмогорова до функториальной (L_∞) -структуры на симплициальных цепях. Среди всех таких продолжений хочется выбрать в том или ином смысле замечательное. В качестве таковой замечательности предлагается следующее свойство. Над полем Q имеется единственная функториальная строгая гомотопическая ретракция между симплициальным цепным комплексом комбинаторно-триангулированного пространства и симплициальным цепным комплексом его барицентрического разбиения. Вдоль строгих гомотопических ретракций ∞ -структуры можно канонически переносить (так называемый *homotopy transfer*, или "сумма по декорированным деревьям"). Я постараюсь объяснить, почему на симплициальных цепях существует единственное функториальное L_∞ копроизведение, которое переносится само в себя при канонической гомотопической ретракции с барицентрического разбиения. К сожалению, явно вычислить такое копроизведение нам с Андреем Лосевым удалось только в одномерии, т.е. для отрезка. Ответ даёт ряд Тодда, и получается довольно нетривиальными манипуляциями с числами Бернулли. Такой же ответ возникает в ряде других задач про старшие гомотопические структуры на градуированных алгебрах Ли, что, видимо, одно с другим связано, но я до конца не понимаю как. В общем, задач в моём докладе будет больше, чем ответов. Разумеется, все непонятные слова и все задействованные конструкции будут исчерпывающе объяснены.