

# Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится 12 сентября 2024 года в 18.30

Семинар пройдет в аудитории 306, Усачева 6.

## Денис Терёшкин

### “Проективные модули над коммутативными кольцами, большие и маленькие.”

#### Абстракт:

Raynaud и Gruson в 1971 году доказали замечательный результат: пусть  $Q$  - модуль над (совершенно произвольным) коммутативным кольцом  $R$ , и его обратный образ проективен для некоторого покрытия в топологии Зариского; в алгебраических обозначениях это значит, что существует набор элементов  $r_1, \dots, r_k$ , порождающих единичный идеал, и локализации  $Q_{\{r_i\}}$  проективны (на самом деле достаточно, чтобы это было  $\text{fpqc}$  покрытие). Тогда и сам  $Q$  проективен.

У статьи есть два заметных недостатка: её довольно сложно понять (в частности, она не переведена с французского), и одна из ключевых лемм в ней неверна - хотя само доказательство всё-таки верно, просто формулировка леммы была излишне оптимистичной.

Я расскажу в довольно элементарных терминах доказательство Зариски-локальности проективности, используя чистую (pure) гомологическую алгебру. По ходу дела я постараюсь объяснить, что вообще людям стало известно о разнице между плоскими и проективными модулями за последние 75 лет.

От слушателей не ожидается никаких знаний в области алгебраической геометрии, но желательно базовое знакомство с классической гомологической алгеброй в категориях модулей над кольцами.