

24 января 2025 г (пятница) в 17:30

по адресу: ул. Усачева, д.6, аудитория 306

На семинаре выступит

Ростислав Девятов



с докладом:

Этальные пучки и доказательство с их помощью сохранения группы Пикара скрученного однородного пространства при расширении базового поля.

Аннотация:

Этальный пучок абелевых групп - это, грубо говоря, конструкция на алгебраическом многообразии X , позволяющая выбирать (ставить в соответствие) абелеву группу не только для каждого открытого подмножества исходного многообразия, но и для открытых подмножеств в многообразиях, полученных из X (конечным сепарабельным) расширением базового поля. При этом все эти абелевы группы, как и в "обычных" пучках, определяемых в топологии, оказываются связаны отображениями "ограничения" (причём все вместе, для разных базовых полей сразу). Это позволяет изучать многообразия над маленькими полями, "устроенные плохо" (например, не имеющие рациональных точек), но становящиеся "лучше" после расширения базового поля. В первой части доклада мы определим этальные морфизмы, этальные пучки и их точные последовательности. После этого увидим теорему, позволяющую считать группу Пикара алгебраического многообразия с помощью этальных пучков. Эта часть основана на SGA4.5.

Во второй части мы построим конкретную последовательность этальных пучков на конкретном многообразии (т.н. факторе торсора по

борелевской подгруппе, также известном как скрученное однородное пространство, все нужные определения будут даны, обозначим это многообразие за E/V), и с помощью неё выразим группу $\text{Pic}(E/V)$. Эта часть -повторение в других условиях предполагаемого доказательства теоремы, сформулированной без доказательства в статье J.-J. Sansuc, Crelle, 1981. В третьей части, если останется время (скорее всего, останется), мы увидим, как из предыдущих шагов следует, что $\text{Pic}(E/V)$ не меняется при расширении базового поля. А если и после этого ещё останется время (вот здесь уже с вероятностью 90%не останется), мы увидим, как из изоморфизма групп Пикара при расширении полей следует связь между коэффициентами в разложении произведений дивизоров в кольце Чжоу $\text{CH}(E/V)$ в линейную комбинацию многообразий Шуберта (я определю многообразия Шуберта, если мы дойдём до этого места) и оценками на степень трансцендентности (неалгебраического)расширения базового поля, при котором E/V получает рациональную точку.

Последние 2 части считаются "вроде как известными" среди специалистов, работающих с торсорами алгебраических групп, но, насколько мне известно, нигде до сих пор официально не записаны. Для понимания доклада нужно знать основы теории схем над незамкнутым полем (самые основы, не нужно знать, например, что такое полулинейные действия и спуск Галуа, но представления об аффинном многообразии просто как о множестве точек в векторном пространстве будет недостаточно).

Приглашаются все желающие!