

# Семинар «Геометрические структуры на многообразиях»

Семинар состоится 27 февраля 2025 года в 18.30

Семинар пройдет в аудитории 306, Усачева 6.

## Аршак Айвазьян

### Абстракт:

Хорошо известно, что гладкое многообразие  $M$  восстанавливается из кольца гладких функций  $C^\infty(M)$ . Но многие алгебраические конструкции с коммутативными кольцами не отражают геометрических конструкций с соответствующими гладкими многообразиями: коммутативная алгебра соответствует алгебраической геометрии, а не гладкой (и кольца гладких функций многообразий с полиномиальной перспективой большие и патологические). Оказывается, существует естественная алгебраическая структура, расширяющая множество операций кольца и корректно кодирующая гладкую геометрию:  $C^\infty$ -кольцо. Объекты дуальной категории называются гладкими локусами (аналог аффинных схем) и включают гладкие многообразия как полную подкатегорию.

Схемная гладкая геометрия предлагает ряд приятных унификаций и преимуществ по сравнению с традиционной перспективой. В частности, мы докажем несколько известных результатов о соответствии алгебры-геометрии, таких как изоморфизм модуля кэлеровых дифференциалов (вводимого через понятие касательной категории / модуля Бэка) и модуля дифференциальных 1-форм.

Также в этих терминах, продолжая следовать аналогии, определяются производные гладкие локусы: мы заменяем  $C^\infty$ -кольца на симплициальные  $C^\infty$ -кольца и рассматриваем их с точностью до подлежащих слабых эквивалентностей. Ключевое преимущество над непродеривированным сеттингом — исправление предельных конструкций (нетрансверсальных пересечений и прообразов нерегулярных значений). В частности, это среди прочего рассматривается как адекватные основания для "A<sub>∞</sub>-симплектической геометрии" (зеркальная симметрия и категории Фукая являются фактически главной мотивацией Dominic Joyce-a).

После краткого напоминания формализма модельных категорий, мы, используя его, покажем как вычисляются производные пересечения и дадим обзор пионерской работы David Spivak-a, в которой он расширяет теорию кобордизмов на производные гладкие многообразия и показывает, что sup-product соответствует пересечению многообразий без предположения трансверсальности.